

Teoria da Barganha

MIT 14.126 Teoria dos Jogos

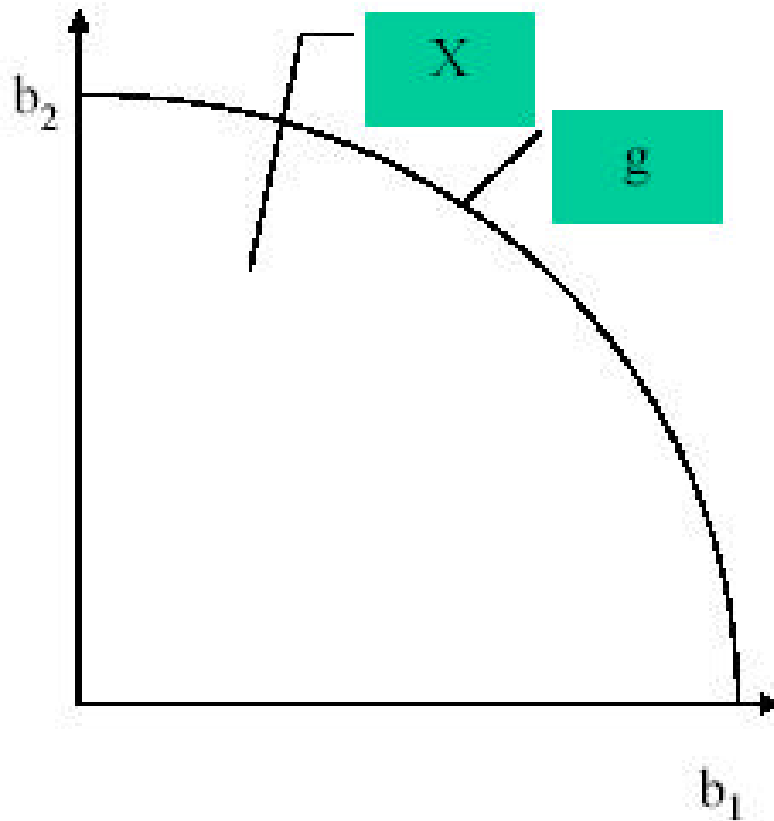
Sergei Izmalkov

Muhamet Yildiz

Teoria da Barganha

- Cooperativa (Axiomática)
 - Edgeworth
 - Barganha de Nash
 - Variações de Nash
 - Valor de Shapley
- Não-cooperativa
 - Rubinstein-Stahl (*) (informação completa)
 - Informação assimétrica
 - Rubinstein, Admati-Perry, Crampton, Gul, Sonenchein, Wilson; Abreu e Gul
 - Passados não comuns
 - Posner, Bazerman, Yildiz (*)

Modelo de Rubinstein-Stahl



- $N = \{1,2\}$
- X = pares de utilidade esperada viável ($x,y \in X$)
- $U_i(x,t) = d_i^t x_i$
- $D = (0,0) \in X$ ganhos de discordância
- g é côncavo, contínuo e estritamente decrescente

Cronograma

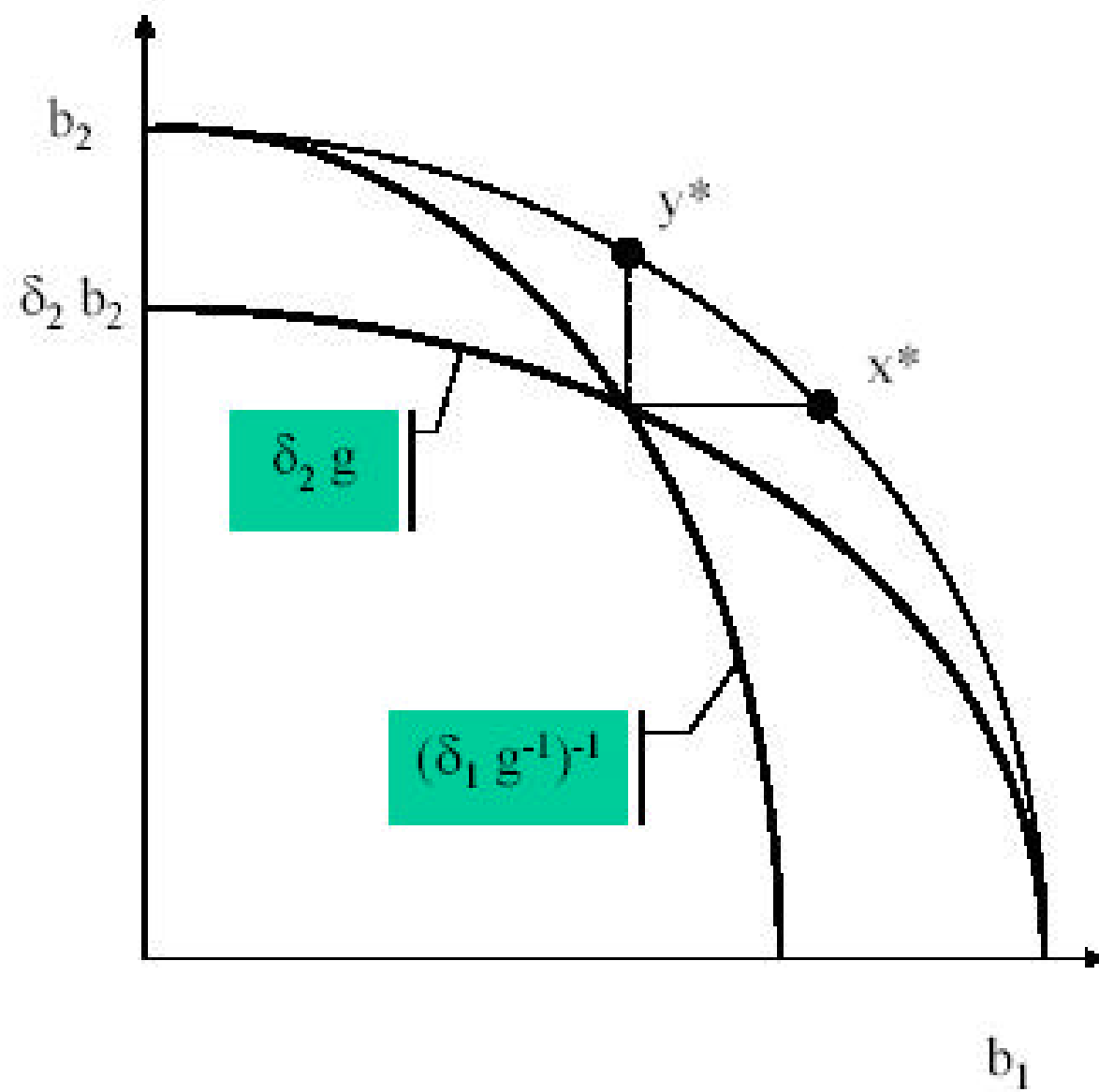
$$T = \{0, 1, \dots, t, \dots\}$$

Em cada t , se t é par,

- Jogador 1 oferece algum x
- Jogador 2 Aceita ou Rejeita a oferta
- Se a oferta é Aceita, o jogo termina com resultado x
- Caso contrário, procedemos a $t + 1$

se t é ímpar,

- Jogador 2 oferece algum y
- Jogador 1 Aceita ou Rejeita a oferta
- Se a oferta é Aceita, o jogo termina com resultado y
- Caso contrário, procedemos a $t + 1$

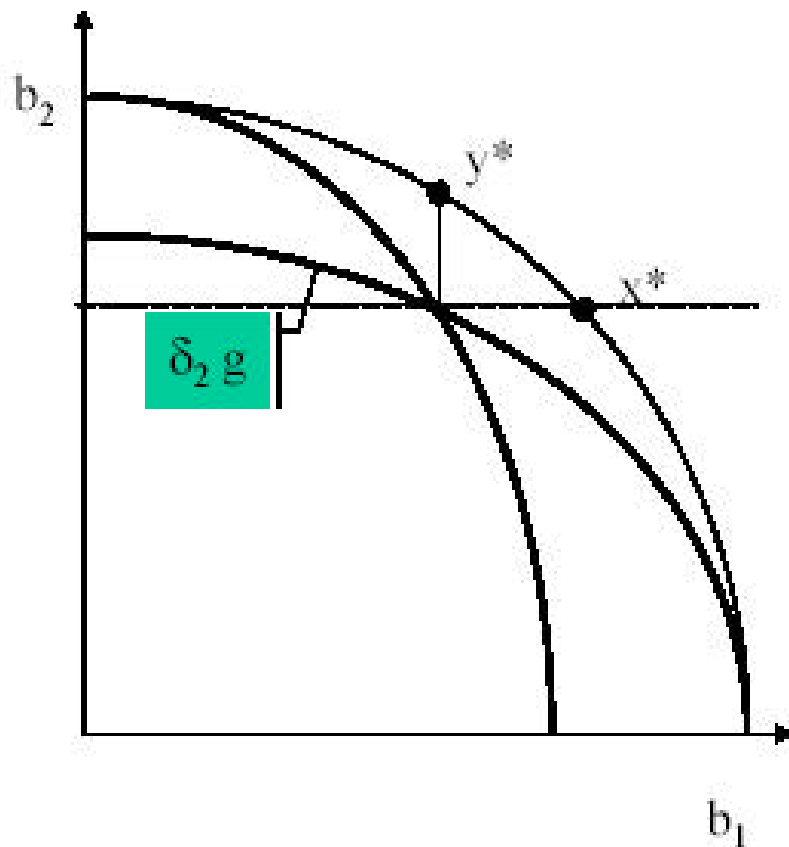


Teorema [OR 122.1]

A seguir está o único sub-jogo de equilíbrio perfeito:

- jogador 1 sempre oferece x^* ;
- jogador 2 aceita uma oferta x se, e somente se, $X_2 = X^{*2}$;
- jogador 2 sempre oferece y^* ;
- jogador 1 aceita uma oferta y se, e somente se, $Y_1 = Y^*_1$;

Prova (ele é um SPE)



Use o princípio de desvio único:

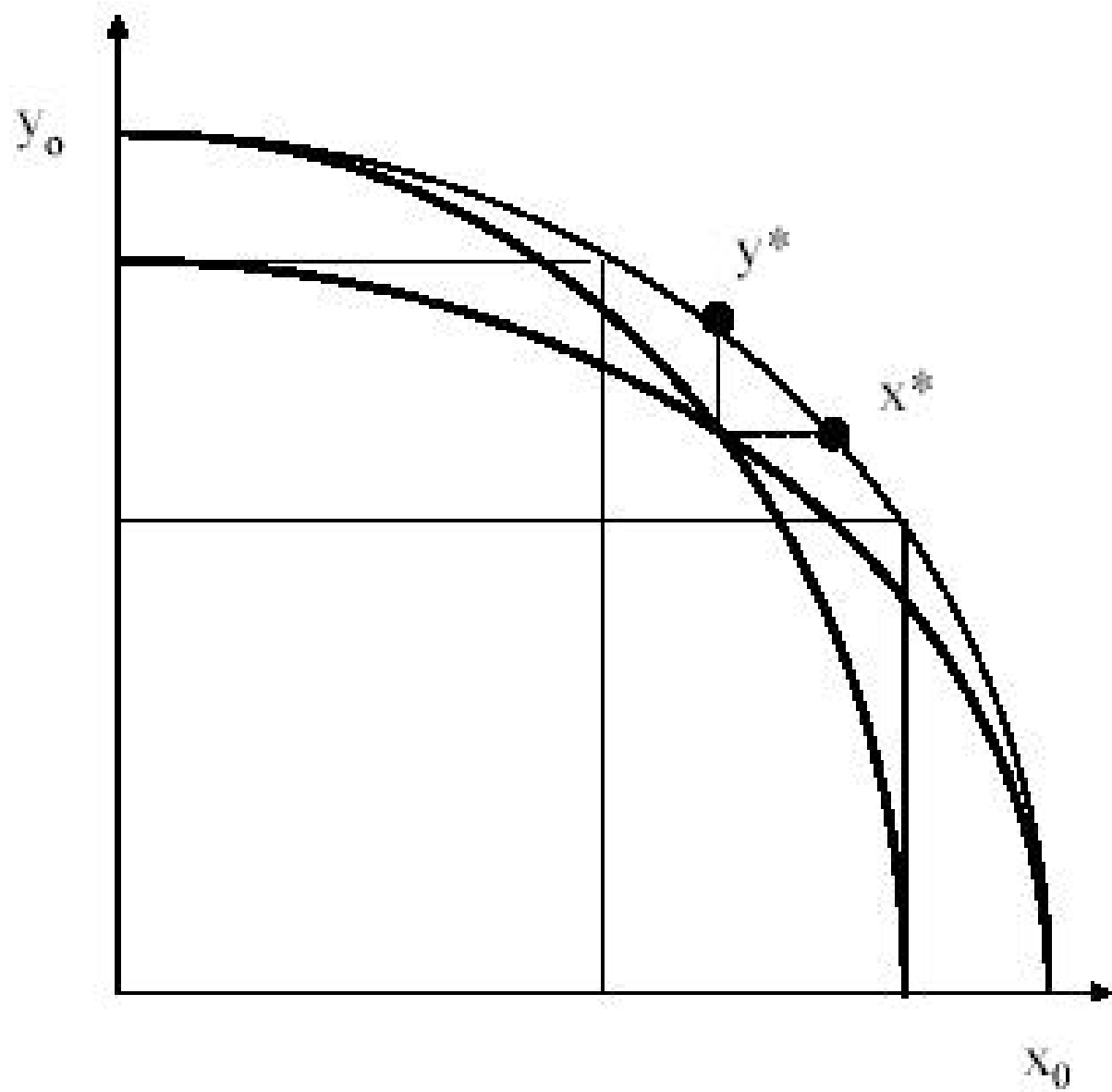
1. Se o jogador 2 rejeita uma oferta x em t , receberá y_2^* em $t+1$. Assim, Aceitar se, e somente se, $x_2 = d_2 y_2^* = x_2^*$ é ótimo em t .
2. Em t , ele é ótimo para 1 oferecer

$$x^* = \operatorname{argmax} \{x_1 | x_2 = x_2^*\}.$$

“Racionalizabilidade de forma extensiva” [FT 4.6]

Definição: Em um jogo com diversas fases e ações a serem obedecidas, a ação α_i^t é condicionalmente dominada na fase t dada a história h^t se, e somente se, no sub-jogo começando em h^t , toda estratégia para o jogador i que designa probabilidade positiva para α_i^t é estritamente dominada.

Teorema: Em qualquer jogo com informação perfeita, cada equilíbrio perfeito de sub-jogo sobrevive à eliminação repetida de estratégias condicionalmente dominadas.



Uma generalização comum do Modelo de Rubinstein

Em qualquer t ,

1. Um jogador i é reconhecido com probabilidade p_t^i ;
2. O jogador i oferece algum x ;
3. O outro jogador
 1. Ou aceita, barganhando fins com ganhos $d^t x$, ou
 2. Rejeita a oferta, quando procedemos a $t+1$.

[Pode também haver um prazo final t , quando o jogo automaticamente termina, resultando em $(0,0)$.]

SPE

- Pegue $X = \{(x^1, x^2) | x^1 + x^2 = 1\}$. A eliminação repetida de estratégias condicionalmente dominadas produz um vetor único V_t de valores de continuação em cada t , onde

$$V_t^i = (1 - \delta) \sum_{s \geq t} p_t^i.$$

- Qualquer SPE é equivalente em ganho ao SPE seguinte. Em qualquer t , o jogador i reconhecido dá dV_{t+1}^j ao outro jogador j e mantém $1 - dV_{t+1}^j$ para si, e a oferta é minimamente aceita.

Prova

- Escreva S^* para as estratégias que sobrevivem ao IECDS. Escreva \bar{V}_t^i e \underline{V}_t^i para o ganho max e min para i em t sobre S^* , e $\Delta_t = \max\{\bar{V}_t^1 - \underline{V}_t^1, \bar{V}_t^2 - \underline{V}_t^2\}$

- Então, $\bar{V}_t^i \leq p_t^i(1 - \delta \underline{V}_{t+1}^j) + (1 - p_t^i)\delta \bar{V}_{t+1}^i$
 $\underline{V}_t^i \geq p_t^i(1 - \delta \bar{V}_{t+1}^j) + (1 - p_t^i)\delta \underline{V}_{t+1}^i$
 $\bar{V}_t^i - \underline{V}_t^i \leq p_t^i\delta(\bar{V}_{t+1}^j - \underline{V}_{t+1}^j) + (1 - p_t^i)\delta(\bar{V}_{t+1}^i - \underline{V}_{t+1}^i)$
 $\leq p_t^i\delta\Delta_{t+1} + (1 - p_t^i)\delta\Delta_{t+1} = \delta\Delta_{t+1}.$

$$\Delta_t \leq \delta\Delta_{t+1}$$

Prova (continuação)

- Se há um prazo final em \underline{t} , então $\Delta_{\underline{t}} = 0$ e, portanto, $\Delta_t = 0$ para todos os t . Se o horizonte é infinito, então $\Delta_t = d^n$ para todos os n , assim $\Delta_t = 0$.
- Escreva $S_t = V_t^1 + V_t^2$.
- $V_t^i = p_t^i(1 - dV_{t+1}^j) + (1 - p_t^i) dV_{t+1}^i = p_t^i(1 - dS_{t+1}) + dV_{t+1}^i$
- $S_t = 1 - dS_{t+1} + dS_{t+1} = 1$
- $V_t^i = p_t^i(1 - d) + dV_{t+1}^i$

$$V_t^i = (1 - d) \sum_{s=t}^{\infty} p_t^i$$

Uma generalização comum do Modelo de Rubinstein

Em qualquer t ,

1. Um jogador i é reconhecido com probabilidade p_t^i ;
2. O jogador i oferece algum x ;
3. O outro jogador
 1. Aceita, barganhando fins com ganhos $d^t x$, ou
 2. Rejeita a oferta, quando procedemos a $t+1$.

[Pode também haver um prazo final \underline{t} , quando o jogo automaticamente termina, resultando em $(0,0)$.]

Componentes de informação completa

	CPA	Não CPA
CK	Rubinstein, Stahl	
Não CK	Rubinstein 85, Admati-Perry, Gul-Sonnenchein-Wilson e muitos outros	

Sem um antecedente comum

Em qualquer t ,

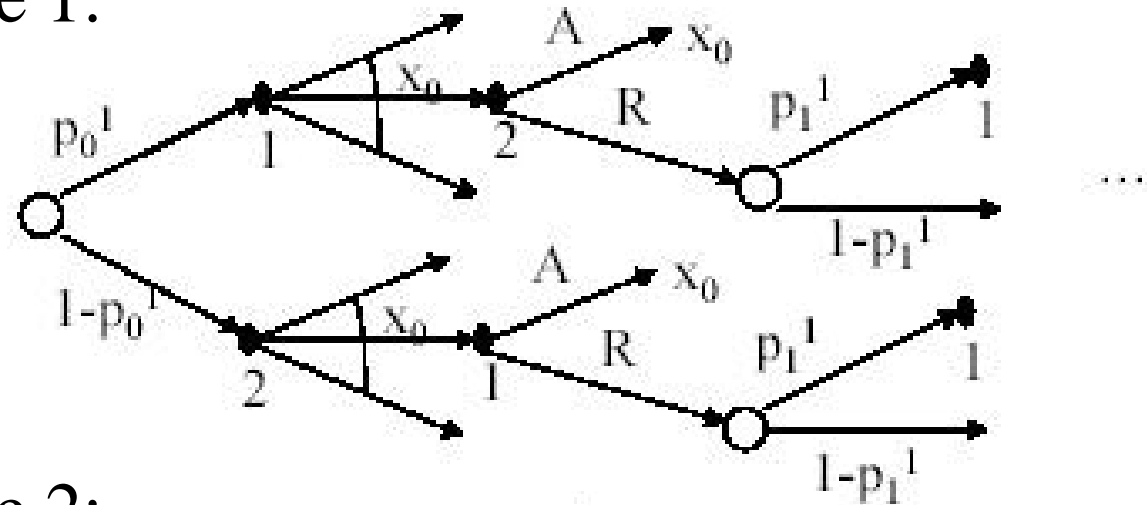
1. Um jogador i é reconhecido pela Natureza;
2. jogador i oferece algum x ;
3. outro jogador
 1. Aceita, barganhando fins com resultados $d^t x$, ou
 2. Rejeita a oferta, quando procedemos a $t+1$.

[Pode também haver um prazo final t , quando o jogo automaticamente termina, resultando em $(0,0)$.]

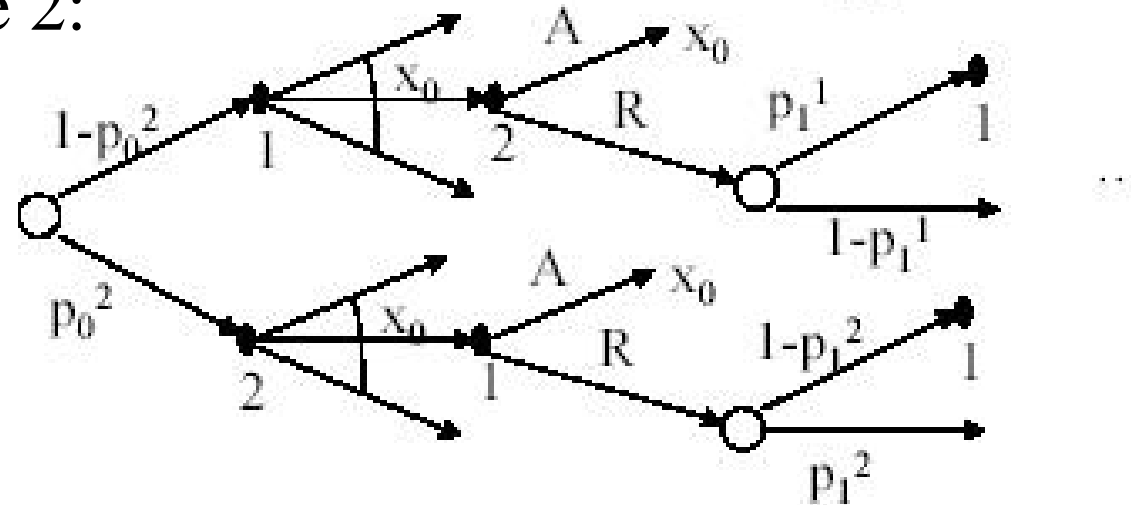
Cada i acredita que será reconhecido em t com probabilidade p_t^i .

Árvore do Jogo

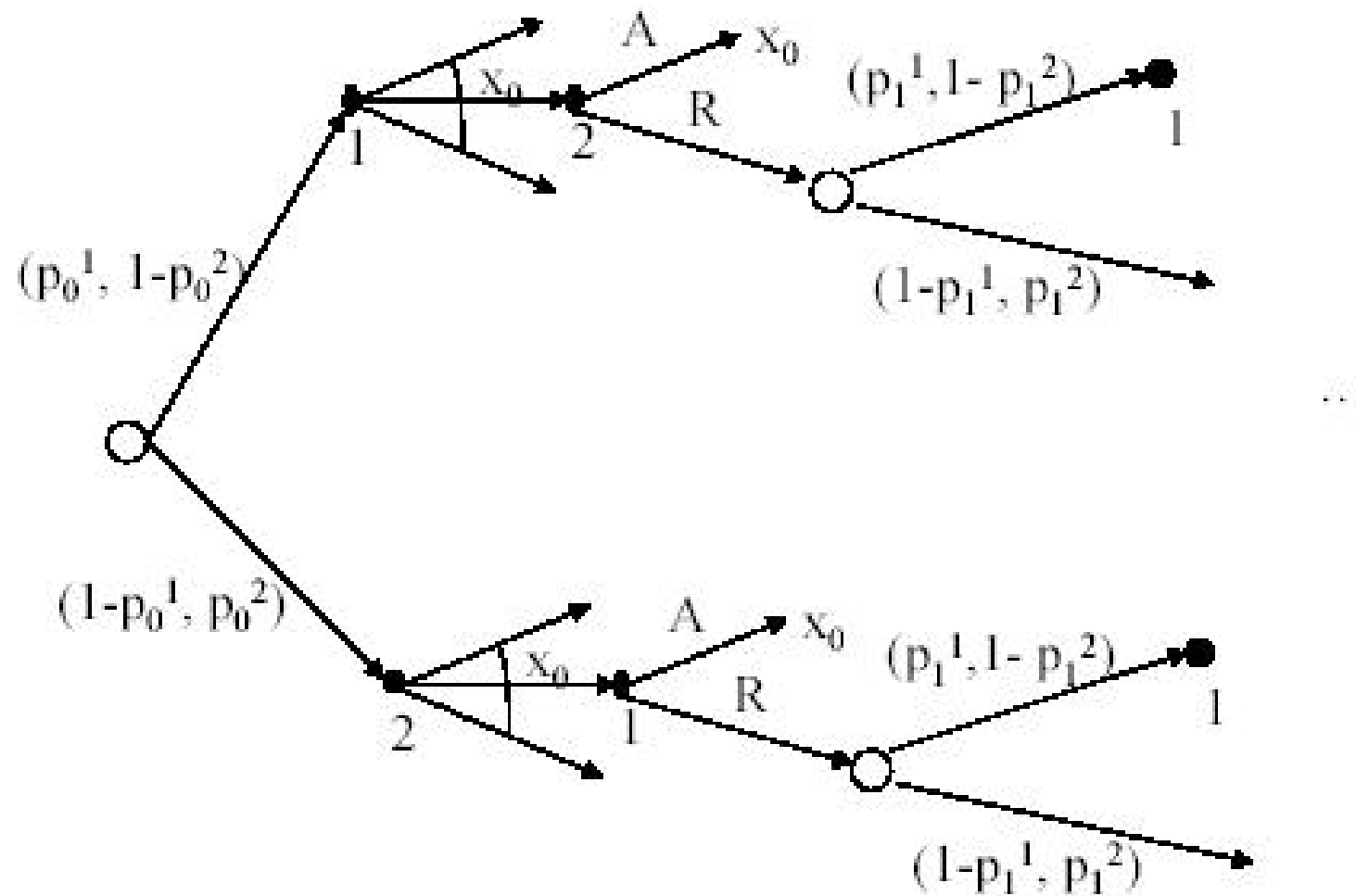
Na mente de 1:



Na mente de 2:

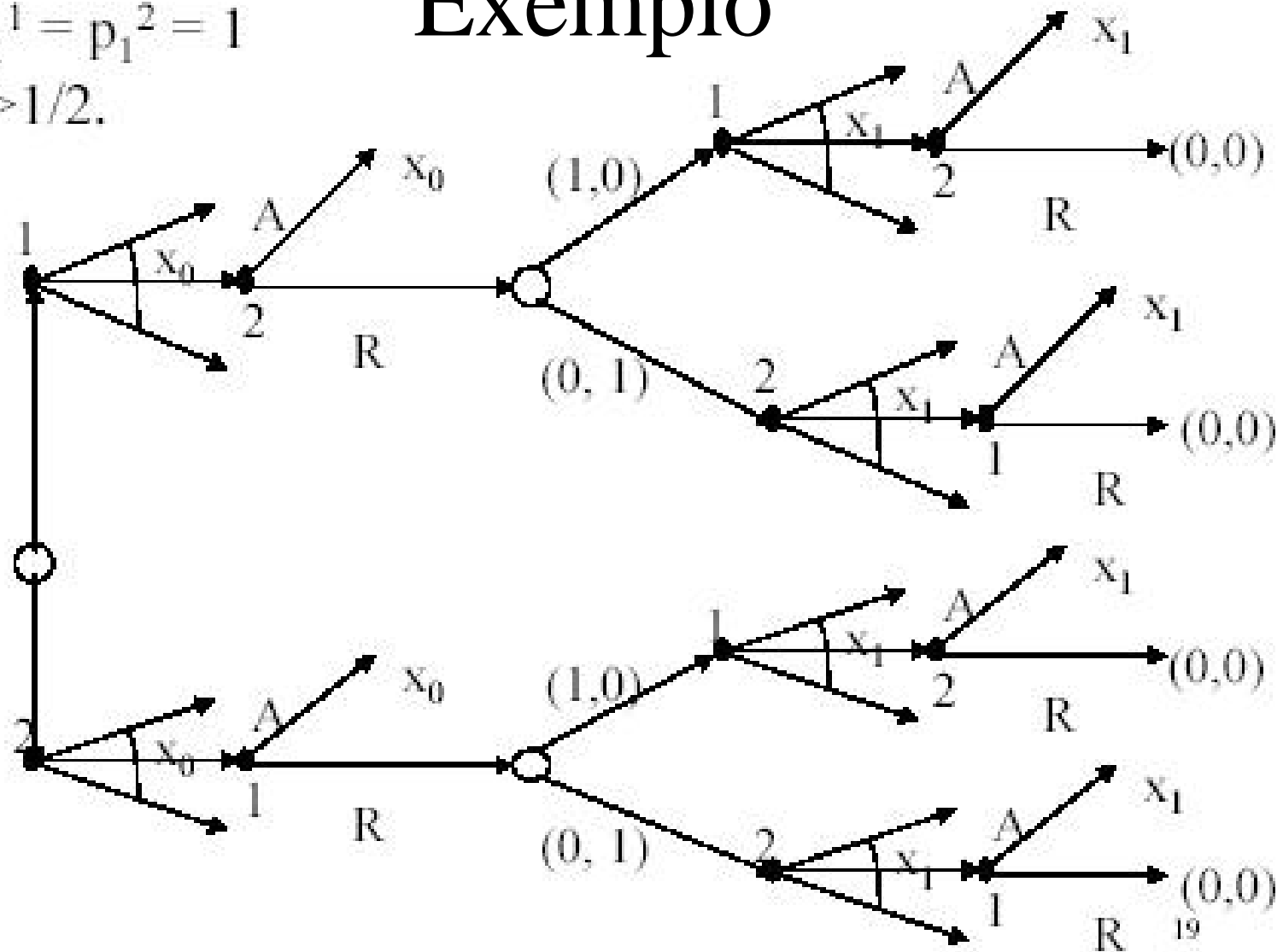


Árvore do Jogo



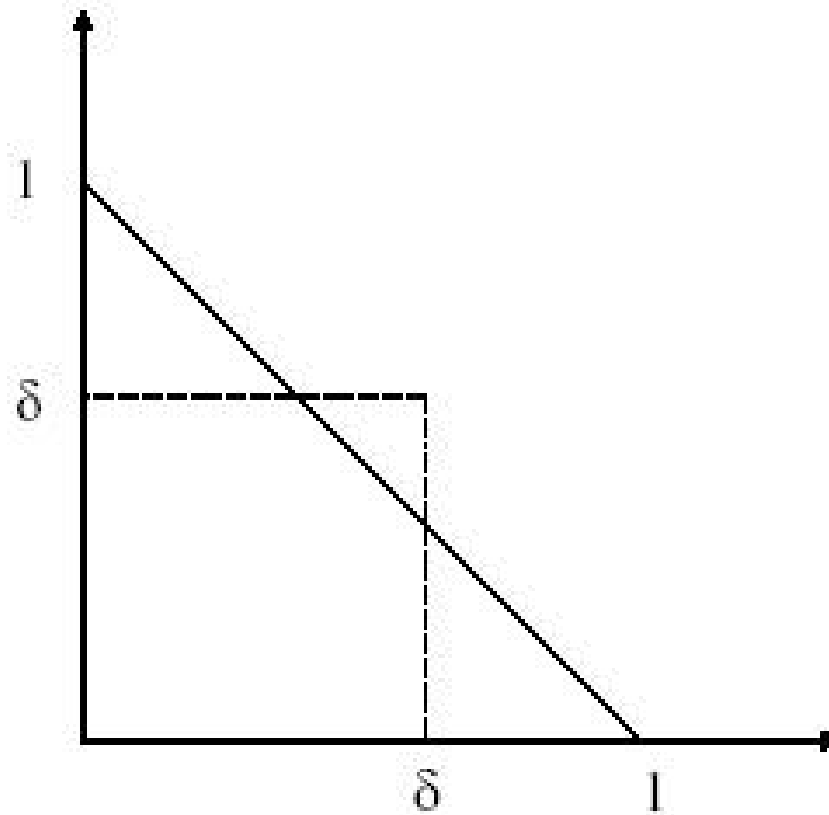
- $\underline{t} = 2$.
- $p_1^1 = p_1^2 = 1$
 $\delta > 1/2$.

Exemplo



Exemplo (continuação)

- $V_1 = (1, 1)$
- $S_1 = 2.$



Otimismo, Acordo-Discórdia

- nível de otimismo para t : $y_t = p_t^1 + p_t^2 - 1$.
- Há um regime de discórdia em t se, e somente se, $dS_{t+1} > 1$.
 - Sem acordo; $V_t = dV_{t+1}$; $S_t = dS_{t+1}$.
- Há um regime de acordo em t se, e somente se, $dS_{t+1} = 1$.
 - Eles concordam;
 - i reconhecido obtém $1 - dV_{t+1}^j$, o outro j recebe dV_{t+1}^j ;
 - $V_t^i = p_t^i(1 - \delta V_{t+1}^j) + (1 - p_t^i)\delta V_{t+1}^i = p_t^i(1 - \delta S_{t+1}) + \delta V_{t+1}^i$
 - $S_t = (1 + y_t)(1 - \delta S_{t+1}) + \delta S_{t+1} = 1 + y_t(1 - \delta S_{t+1})$.

Lemma

- Se $S_{t+1} \in [1, 1/d]$, então $S_t \in [0, 2-d] \subset [1, 1/d]$.
- Prova:
- $1-dS_{t+1} \in [0, 1-d]$ e $y_t \in [0, 1]$.
- $S_t = 1 + y_t(1-dS_{t+1}) \in [0, 1 + 1-d] = [0, 2-d]$.

Acordo imediato

Definição: $1 < 2^{L(d)} = 1/d$.

Teorema: Dado qualquer t^* , presume-se que $y_t = 0$ para cada $t = t^*$. Portanto, há um regime de acordo em cada $t < t^* - L(d) - 1$.