

Leilões 4:

Valores interdependentes

Leilões multi-unidades

(trechos de palestras)

Sergei Izmalkov e Muhamet Yildiz

1 Valores interdependentes (comuns).

- Cada licitante recebe um sinal particular $X_i \in [0, w_i]$.
($w_i = \infty$ é possível)
- (X_1, X_2, \dots, X_n) são distribuídos em conjunto de acordo com o conhecido comum F ($f > 0$).

•

$$V_i = v_i(X_1, X_2, \dots, X_n).$$

$$v_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = E [V_i \mid X_j = x_j \text{ para todos } j].$$

Normalmente é assumido que as formas funcionais $\{v_i\}_{i=1}^N$ são de conhecimento comum.

- $v_i(0, 0, \dots, 0) = 0$ e $E[V_i] < \infty$.
- Caso simétrico:

$$v_i(x_i, x_{-i}) = v(x_i, x_{-i}) = v(x_i, \pi(x_{-i})).$$

2 Breve análise

- Valores comuns/ Valores privados/ Valores afiliados/ Valores interdependentes.
- A maldição do vencedor.
- Leilão do segundo preço: lance básico — Eu ofereço o que conseguir se vencer apenas marginalmente.
- Leilão do primeiro preço: Análise “comum” — equação diferencial,...
- Leilão inglês: ver abaixo.
- Classificação de receita: Inglês > SPA > FPA.
(!) Interdependência e afiliação são importantes para a primeira parte.

3 Leilão do segundo preço

Defina

$$v(x, y) = E[V_1 \mid X_1 = x, Y_1 = y].$$

Estratégia de equilíbrio

$$\beta^I(x) = v(x, x).$$

Na verdade,

$$\begin{aligned}\Pi(b, x) &= \int_0^{\beta^{-1}(b)} (v(x, y) - \beta(y)) g(y|x) dy \\ &= \int_0^{\beta^{-1}(b)} (v(x, y) - v(y, y)) g(y|x) dy.\end{aligned}$$

? é maximizado ao escolhermos $\beta^{-1}(b) = x$, isto é, $b = \beta(x)$.

4 Exemplo

1. Suponha que S_1, S_2 , e T são distribuídos de maneira uniforme e independente em $[0,1]$. Há dois licitantes, $X_i = S_i + T$. O objeto tem um valor comum

$$V = \frac{1}{2}(X_1 + X_2).$$

2. Neste exemplo, no leilão de primeiro preço:

$$\beta^I(x) = \frac{2}{3}x, \quad E[R^I] = \frac{7}{9}.$$

3. No leilão de segundo preço $v(x, y) = \frac{1}{2}(x + y)$ e, assim,

$$\beta^{II}(x) = x, \quad E[R^I] = \frac{5}{6}.$$

5 Princípio de ligação

Defina

$$W^A(z, x) = E[P(z) \mid X_1 = x, Y_1 < z]$$

preço esperado pago pelo licitante vencedor quando recebe sinal x mas oferece z .

Teorema: (Princípio de ligação):

Sejam A e B duas formas de leilão nas quais vence o licitante que dá o valor mais alto e (apenas ele) paga uma quantia positiva. Suponha que o equilíbrio simétrico e crescente exista em ambas formas.

Também suponha que

1. para todo x , $W_2^A(x, x) \geq W_2^B(x, x)$.
2. $W^A(0, 0) = W^B(0, 0) = 0$.

Portanto, a receita esperada em A é, ao menos, tão grande quanto a receita esperada em B .

Assim, quanto maior a ligação entre a informação própria do licitante e sua percepção sobre como os outros vão dar o lance, maior é o preço esperado pago no lance vencedor.