

Leilões 3:

Saídas a partir de IPV simétrico

Sergei Izmalkov e Muhamet Yildiz

1. IPV e Equivalência de Receita: Pressupostos Principais

- Independência de valores.
- Neutralidade de risco.
- Sem restrições de orçamento.
- Simetria (mesma regra de alocação).
- Outras considerações:
 - Conluio
 - Possibilidades de revenda

2. Licitantes com aversão a riscos

- Cada licitante possui $u : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$ com $u(0) = 0$, e $u'' < 0$.

Proposição: Com licitantes simétricos com aversão a riscos, a receita esperada em um leilão de primeiro preço é maior do que em um leilão de segundo preço.

Intuição: Considere um licitante de um leilão de primeiro preço.

Ao reduzir o lance atual b por ϵ , um licitante ganha ϵ ao vencer o leilão, mas aumenta sua probabilidade de perda, que tem um efeito maior sobre a vantagem esperada.

Resultado: lances mais agressivos no leilão de primeiro preço.

Nenhuma mudança de estratégia em leilões de segundo preço.

3. Licitantes com restrições de orçamento

- Todo licitante obtém o valor (sinal) $X_i \in [0, 1]$ e o orçamento absoluto $W_i \in [0, 1]$.
- (X_i, W_i) são independentes e identicamente distribuídos por todos os licitantes. (X_i e W_i não precisam ser independentes.)

Proposição: Com licitantes com restrições de orçamento, a receita esperada em um leilão de primeiro preço é maior do que em um leilão de segundo preço (desde que haja equilíbrio simétrico).

Intuição: Os lances em um leilão de segundo preço são em média mais elevados e freqüentemente ficam mais restritos.

(Insuficiente: os jogadores irão reduzir os lances no leilão de primeiro preço.)

Prova: No leilão de segundo preço:

$$\beta^{\text{II}}(x, w) = \min\{x, w\}.$$

Defina $x^{\text{II}} \sim (x, w)$ como solução para

$$\beta^{\text{II}}(x, w) = \beta^{\text{II}}(x^{\text{II}}, 1) = x^{\text{II}}$$

Seja $Y_2^{\text{II}(N)}$ o segundo valor mais elevado entre os valores equivalentes, x_i^{II} , entre N licitantes. Sua distribuição é

$$G^{\text{II}}(z) = \left(F^{\text{II}}(z)\right)^{N-1},$$

onde $F^{\text{II}}(z)$ é a probabilidade que $\beta^{\text{II}}(x, w) = \beta^{\text{II}}(x^{\text{II}}, 1) = x^{\text{II}} < z = \beta^{\text{II}}(z, 1)$.

Temos

$$E[R^{\text{II}}] = E\left[Y_2^{\text{II}(N)}\right].$$

No leilão de primeiro preço: Suponha que exista um equilíbrio simétrico crescente com

$$\beta^{\text{I}}(x, w) = \min\{\beta(x), w\}.$$

Defina $x^{\text{I}} \sim (x, w)$ como solução para

$$\beta^{\text{I}}(x, w) = \beta^{\text{I}}(x^{\text{I}}, 1) = \beta(x^{\text{I}}) < x^{\text{I}}.$$

Seja $Y_2^{\text{I}(N)}$ o segundo valor mais elevado entre os valores equivalentes, x_i^{I} , entre N licitantes. Sua distribuição é

$$G^{\text{I}}(z) = \left(F^{\text{I}}(z)\right)^{N-1},$$

Temos

$$E[R^{\text{I}}] = E\left[Y_2^{\text{I}(N)}\right].$$

Observe que $F^{\text{I}}(z) < F^{\text{II}}(z)$, e assim,

$$E[R^{\text{I}}] > E[R^{\text{II}}].$$

Os leilões em que todos pagam dominam os leilões de primeiro preço em termos de receita gerada para o vendedor.

4. Licitantes assimétricos

- O teorema de equivalência de receita aplica-se apenas aos mecanismos (equilíbrios) com a mesma regra de alocação.
- O leilão de segundo preço é eficiente.
- O leilão de primeiro preço geralmente não o é.
 - O licitante mais fraco fará lances mais altos.
- Sem classificação geral de receita.

5. Revenda (e eficiência)

- Intuição: Se a revenda for possível, os licitantes que apresentam lances de baixo valor, farão lances de forma mais agressiva: a receita do vendedor deve ser mais alta.

Contra-argumento: Os licitantes que apresentam lances de maior valor irão apresentar menos lances e possivelmente não revelarão seus valores por meio de lances no primeiro período.
- Se o resultado for eficiente após a revenda (nenhuma informação adicional é revelada externamente), a equivalência de receita é mantida.
- Leilão de segundo preço com revenda: eficiente, não acontece a revenda.
- Leilão de primeiro preço com revenda: ineficiente no geral (assimetria), os valores não são revelados no primeiro período.

6. Conluio

Muito breve:

- Tipicamente modelados como aliança de lances.

Aliança de lance é um grupo de licitantes que troca informações, decide sobre a participação no leilão (quem dá o lance e como) e sobre as transferências.

Análise: Estabilidade de uma aliança (coalizão), influencia os demais licitantes e o vendedor. Medidas defensivas tomadas pelo vendedor.

- Leilão de segundo preço.

Um grupo de licitantes troca informações (realiza um leilão interno), o vencedor vai ao leilão principal e faz um lance de seu valor, os demais não comparecem ou fazem um lance de valor 0.

A aliança obtém (caso vença)

$$\max \left\{ Y_1^{\mathcal{N} \setminus i}, r \right\} - \max \left\{ Y_1^{\mathcal{N} \setminus \mathcal{I}}, r \right\},$$

onde i é o vencedor e \mathcal{I} é a aliança.

Relativamente fácil de comprovar. Nenhum licitante da aliança pode ir (incógnito) ao leilão principal e beneficiar-se.

O vendedor pode reagir definindo um preço de reserva mais elevado.

- Leilão de primeiro preço.

Basicamente, a mesma estrutura. Agora, no entanto, um licitante “representativo” pode enviar um “amigo” que irá apresentar um lance maior que o seu, e assim obter os espólios sem compartilhá-los entre os membros da aliança.

7. Valores interdependentes (comuns)

- Cada licitante recebe um sinal privativo $X_i \in [0, w_i]$.
($w_i = \infty$ é possível)
- (X_1, X_2, \dots, X_n) são conjuntamente distribuídos de acordo com F ($f > 0$), de conhecimento comum.

•

$$V_i = v_i(X_1, X_2, \dots, X_n).$$

$$v_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \equiv E[V_i \mid X_j = x_j \text{ para todo } j].$$

Presume-se, normalmente, que as formas funcionais $\{v_i\}_{i=1}^N$ são de conhecimento comum.

- $v_i(0, 0, \dots, 0) = 0$ e $E[V_i] < \infty$.
- Caso simétrico:
 $v_i(x_i, \mathbf{x}_{-i}) = v(x_i, \mathbf{x}_{-i}) = v(x_i, \pi(\mathbf{x}_{-i}))$.