

GERAÇÃO DE NÚMEROS ALEATÓRIOS

1 – Números verdadeiramente aleatórios:

Exemplos de geradores: > Roleta
 > Dados

Nota: ambos são geradores muito lentos

Simuladores necessitam de longas seqüências de números aleatórios, o que dificulta o uso dos geradores exemplificados.

Podem ser usados equipamentos eletrônicos e radioativos para este fim. Este tipo de equipamento mede o número de partículas emitidas num curto intervalo de tempo. Um aparelho semelhante a um contador Geiger é usado para contar essas partículas em cada intervalo de tempo e os resultados obtidos são convertidos em números aleatórios. Por razões óbvias, um contador deste tipo não poderia ser usado em um simulador.

2 – Números pseudo-aleatórios:

- A importância de se produzir seqüências idênticas de números aleatórios reside na garantia que as condições de teste de cada cenário sejam idênticas e que seja possível a repetição da simulação.

- Números aleatórios podem ser gerados e depois armazenados de alguma forma, como por exemplo, em tabelas (Rand Corporation, 1955). O problema é que números armazenados dessa forma deixam de ser aleatórios a partir do momento que pode-se prever o próximo número observando a tabela!
- Números pseudo-aleatórios são produzidos por geradores baseados em regras matemáticas bem conhecidas. As seqüências produzidas passam em testes idênticos àqueles usados em seqüências verdadeiramente aleatórias.

Tipos de geradores: Congruenciais
 Congruenciais multiplicativos

3 – Geradores Congruenciais:

Proposto primeiramente por Lehmer (1951). A seqüência é obtida da seguinte relação:

$$X_{i+1} = aX_i + c(\text{mod } m)$$

X_i é a seqüência de inteiros no intervalo $(0, m - 1)$

c , a e m são constantes, onde a é chamado de multiplicador, c de incremento ou constante aditiva e m de módulo.

X_0 é o valor inicial da seqüência, também chamado de semente.

$\text{mod } m$ é o resto da divisão por m . No caso, o resto da divisão de $(X_i + c)$ por m .

Exemplo: seja $X_0=4$, $a=3$, $c=0$ e $m=5$

| i | X_i |
|-----|-------|
| 0 | 4 |
| 1 | 2 |
| 2 | 1 |
| 3 | 3 |
| 4 | 4 |
| 5 | 2 |

Obs: 1 - O valor máximo de $X_i=m-1$
 2 – Existe periodicidade

Assim, caso se queira produzir valores no intervalo $(0,1)$ deve-se dividir o resultado obtido para X_i por m .

$$U_i = X_i/m \qquad X_i (0, m - 1) \quad \text{e} \quad U_i (0, 1)$$

Requisitos gerais para estes geradores:

A escolha dos valores de a , c e m é fundamental para determinar se os números gerados terão uso prático. Em geral, deseja-se garantir as seguintes características aos geradores:

- Os números produzidos deverão ser uniformemente distribuídos no intervalo $(0,1)$, ou seja, todos os valores dentro desta faixa deverão ocorrer com igual freqüência.
- Os números gerados deverão ser independentes um do outro.

- comprimento do ciclo deve ser o maior possível.
- Devido aos simuladores exigirem um grande número de valores, o processo de geração deve ser rápido para garantir a eficiência da simulação.

4 – Geradores congruenciais multiplicativos:

Neste caso, $c=0$ e $X_0 \neq 0$

$$X_{i+1} = aX_i \pmod{m}$$

Para garantir um período completo dentro do intervalo $(0, m - 1)$, o valor da semente X_0 e do módulo m devem ser primos entre si. A melhor maneira de garantir esta condição é encontrar o maior número primo possível para o módulo. Um gerador muito utilizado que tem boa aceitação estatística usa $a=16.807$ e $m=2^{31}-1=2.147.483.647$. Fishman (1978) sugeriu $a=630.360.016$ e $m=2.147.483.647$. Groenendaal (1992) sugeriu $a=397.204.094$ e $m=950.706.376$. Ambos tiveram boas características estatísticas.

5 – Exemplos de testes para verificação de seqüências aleatórias

5.1 – Teste gráfico

5.2 – Teste de frequência

5.3 – Teste de Kolmogorov-Smirnov

etc.

6 – Amostragem aleatória simples

Método de Monte Carlo: O método de Monte Carlo baseia-se num conceito estatístico simples:

Seja x uma variável aleatória com as seguintes características:

- 1 – Função de distribuição de probabilidades $f(x)$
- 2 – Função cumulativa de probabilidades $F(x)$

Se $y=F(x)$, então y tem uma distribuição uniforme sobre o intervalo fechado $(0,1)$. Assim, como a função cumulativa de probabilidades representa as características aleatórias da variável em questão, a função $y=F(x)$ é uma relação entre duas variáveis:

Variável x , com distribuição aleatória própria;

Variável y , com distribuição uniforme, entre 0 e 1.

O método de Monte Carlo consiste nos seguintes passos:

- 1 – Dada a função cumulativa de probabilidades da variável em simulação, sorteia-se um número (através de um gerador de números aleatórios) no intervalo $(0,1)$.
- 2 – Usando a função cumulativa de probabilidades, determinar o valor da variável x que corresponde ao número aleatório gerado.

Assim, pode-se definir o Método de Monte Carlo como sendo uma forma de transformar um conjunto de números aleatórios (distribuição original) em outro conjunto de números (variáveis aleatórias), com a mesma distribuição da variável considerada.